

فصل دوم:

آرایه ها و ساختارها

- آشنایی با آرایه
- آشنایی با لیست
- پیاده سازی چند جمله‌ای ها
- آشنایی با ماتریس خلوت
- آشنایی با رشته

آرایه (Array)

آرایه مجموعه ای از زوج ها ، شامل اندیس و مقدار است
($\langle \text{index} \rangle, \langle \text{value} \rangle$) یعنی به ازای هر اندیس یک
مقدار مربوط به آن اندیس وجود دارد که به زبان ریاضی
آنها تناظر یا نگاشت می نامند.

■ در رابطه با آرایه به دو عمل اساسی نیاز است :

- بازیابی
- ذخیره سازی مقادیر

آرایه (Array)

آرایه نوعی ساختمان داده است که عناصر آن هم نوع بوده و هر یک از عناصر با یک اندیس و بصورت مستقیم قابل دستیابی می باشد.

- آرایه میتواند یک بعدی و یا چند بعدی باشد
- آرایه های دو بعدی را با نام ماتریس می شناسیم

آرایه (Array)

اندیس	0	1	2	3
مقدار	12	8	6	7

آرایه یک بعدی

آرایه در زبان C به صورت مثال در زیر آمده است :

```
int list [5]
```

- در زبان C تمام آرایه ها از اندیس صفر شروع می شوند.
- آرایه ای با n عنصر با اندیسهای 0 تا $n-1$ می توان به درایه های آن دسترسی پیدا کرد

آرایه یک بعدی

اگر تعریف آرایه به صورت زیر باشد:

A: Array [L1 .. U1] of Type

اگر هر نوع Type به اندازه n بایت فضا اشغال کند و آدرس خانه شروع α باشد

تعداد عناصر آرایه $= U_1 - L_1 + 1$

فضای اشغال شده (فضای مورد نیاز) $= (U_1 - L_1 + 1) \times n$

آدرس خانه $A[i]$ $= (i - L_1) \times n + \alpha$

جستجوی خطی در آرایه

```
int search (A[n] , x)
{
    int i = 1 ;
    while (i <= n && A[i] != x){
        i + + ;
        if (i > n )
            return -1 // داده پیدا نشده
        else
            return i // داده در محل اندیس آرایه است
    }
}
```

جستجوی دودویی (Binary) در آرایه مرتب

```
int bsearch (A[n] , int x , int L , int U)
{
  int i ;
  while{
    i =(L+U)/2;
    if ( x < A[i] )
      U = i - 1;
    else if ( x > A[i] )
      L = i + 1;
    else
      return i // داده در اندیس i است
  }
  return -1 // داده پیدا نشده است
}
```


آرایه چند بعدی

- آرایه های دوبعدی یا ماتریس ها به دو روش در حافظه ذخیره می شوند:

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 6 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

- سطری (Row Major)

۰	۱	۲	۳	۴	۵
2	5	1	6	3	4

- ستونی (Column Major)

۰	۱	۲	۳	۴	۵
2	1	3	5	6	4

آرایه چند بعدی

اگر تعریف آرایه به صورت زیر باشد:

A: Array [L1 .. U1, L2 .. U2] of Type

تعداد عناصر آرایه = $(U_1 - L_1 + 1) \times (U_2 - L_2 + 1)$

فضای اشغال شده توسط آرایه = $(U_1 - L_1 + 1) \times (U_2 - L_2 + 1) \times n$

= آدرس خانه $A[i,j]$ در روش سطری

$$[(i - L_1) \times (U_2 - L_2 + 1) + (j - L_2)] \times n + \alpha$$

= آدرس خانه $A[i,j]$ در روش ستونی

$$[(j - L_2) \times (U_1 - L_1 + 1) + (i - L_1)] \times n + \alpha$$

جمع ماتریس ها

■ در جمع دو ماتریس ، حتماً باید یک ماتریس $r \times c$ با یک ماتریس $r \times c$ جمع شده و نتیجه نیز یک ماتریس $r \times c$ خواهد شد . در این عملیات عناصر دو آرایه نظیر به نظیر با یکدیگر جمع خواهند شد.

```
for(i=0;i<r; i++)
  for(j=0;j<c; j++)
  {
    sum[i][j]=a[i][j]+b[i][j];
  }
```

ضرب ماتریس ها

■ در ضرب باید بعد وسط دو ماتریس یکسان باشد، یک ماتریس $r \times m$ در یک ماتریس $m \times c$ ضرب شده و نتیجه نیز یک ماتریس $r \times c$ خواهد شد.

```
for(i = 0; i < r1; i++)
  for(j = 0; j < c2; j++)
  {
    mult[i][j]=0;
    for(k = 0; k < c1; ++k)
    {
      mult[i][j] += a[i][k] *
b[k][j];
    }
  }
```

ماتریس خلوت (Sparse)

در علوم کامپیوتر متداول ترین نمایش برای ماتریس، آرایه دوبعدی است که به صورت $a[\text{MAX_ROW}][\text{MAX_COLS}]$ نمایش داده می شود. هر عنصر ماتریس به صورت $a[i][j]$ نمایش داده می شود.

ماتریسی که عناصر صفر آن زیاد باشد **ماتریس خلوت** نامیده می شود.

حداقل اعمال ممکن شامل ایجاد، جمع، ضرب و ترانسهاده ماتریس میباشد.

ماتریس خلوت – مثال

0	0	0	0	9
0	5	8	0	0
0	0	0	0	0

ماتریس خلوت – مثال

با توجه به ویژگی های این ماتریس هر عضو را می توان بصورت منحصر به فردی با سه تایی `<row,col,value>` مشخص نمود.

سه تایی های بدست آمده بر اساس سطرها مرتب هستند و سپس عناصری که در یک سطر قرار دارند به ترتیب ستون مرتب می شوند.

ماتریس خلوت – مثال

0	0	0	0	9
0	5	8	0	0
0	0	0	0	0



Row	Col	Value
0	4	9
1	1	5
1	2	8

ترانهاده ماتریس

برای پیدا نمودن ترانهاده یک ماتریس باید جای سطرها و ستون ها را عوض کرد بدین مفهوم که هر عنصر $a[i][j]$ در ماتریس اولیه به عنصر $b[j][i]$ در ماتریس ترانهاده تبدیل می شود.

الگوریتم زیر برای پیدا کردن ترانهاده یک ماتریس، الگوریتم مناسبی است :

for all element in column j

place element $\langle i, j, value \rangle$ in

element $\langle j, i, value \rangle$

ترانهاده ماتریس

■ برای محاسبه ترانهاده یک ماتریس، جای سطرها و ستون ها عوض می شوند.

```
for(i = 0; i < r; i++)  
  for(j = 0; j < c; j++)  
  {  
    trans[j][i]=a[i][j];  
  }
```

نمایش چند جمله ای ها

■ ما نیازمند ساخت یک نوع داده انتزاعی برای نمایش و پردازش چند جمله ای نمادین هستیم.

■ منظور از نمادین، لیستی از ضرایب و توان هاست که با هم چند جمله ای را تشکیل می دهند.

$$A(x) = 3x^2 + 2x + 4$$

$$B(x) = x^4 + 10x^3 + 3x^2 + 1$$

پیاده سازی چند جمله ای ها

■ استفاده از آرایه

○ در این روش اندیس آرایه معرف توان x و مقدار ذخیره شده معرف ضریب می باشد.

○ مثال:

0	1	2	3
12	8	0	7

↔

$$7x^3 + 8x + 12$$

نمایش چند جمله ای ها

می توان ضرایب یک چند جمله ای را در یک ماتریس یک بعدی ذخیره کرد

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

a_0	a_1	...	a_{n-2}	a_{n-1}	a_n
-------	-------	-----	-----------	-----------	-------

نمایش چند جمله ای ها

■ مشکل این روش این است که اگر ضرایب تعداد زیادی از جملات صفر باشد (جمله وجود نداشته باشد)، فضای زیادی به هدر می رود.

■ راه حل: ذخیره در ماتریس دو بعدی (سطر توان و سطر ضرایب)

$$P(x) = 7x^{100} - 2x^2 + 4$$

4	-2	7
0	2	100

چند جمله ای های خلوت

■ در این چند جمله ای ها ضرایب صفر زیاد هستند مثلاً $x^{1000} + 1$ دارای 999 صفر است.

■ برای ذخیره چند جمله ای های خلوت از ساختار زیر استفاده می کنیم

■ عناصر بر اساس صعودی و یا نزولی مرتب می شوند

0	300
8	7

$$\Leftrightarrow 7x^{300} + 8$$

نوع داده انتزاعی رشته (STRING)

- از دیدگاه ADT یک رشته به صورت $S = s_0, \dots, s_{n-1}$ تعریف می‌گردد به نحوی که s_i کاراکترهای اخذ شده از مجموعه کاراکترهای زبان برنامه نویسی می‌باشد. اگر $n=0$ باشد، S یک رشته تهی می‌باشد.
- در زبان C، رشته‌ها به صورت آرایه‌های کاراکتری که به کاراکتر تهی " $\backslash 0$ " ختم می‌شوند، پیاده‌سازی می‌شوند.

نوع داده انتزاعی رشته (STRING)

عملکردهای مناسب و مفیدی می توان برای رشته ها تعریف کرد مانند :

- ایجاد یک رشته تهی جدید
- خواندن یا نوشتن یک رشته
- ضمیمه کردن دو رشته به یکدیگر (*concatenation*)
- کپی کردن یک رشته
- مقایسه رشته ها
- درج کردن یک زیر رشته به داخل رشته
- برداشتن یک زیر رشته از یک رشته مشخص
- پیدا کردن یک الگو (*pattern*) یا عبارت در یک رشته

نوع داده انتزاعی رشته (STRING)

نحوه ذخیره سازی در حافظه :

```
char s[] = "boy";
```

s[0]	s[1]	s[2]	s[3]
b	o	y	\0

نمایش رشته در زبان C

مثال : درج رشته

می خواهیم رشته t را در موقعیت $i=1$ رشته s جای دهیم :

s →

a	m	o	b	i	l	e	\0
---	---	---	---	---	---	---	----

t →

u	t	o	\0
---	---	---	----

$temp$ →

\0

 initially

$temp$ →

a	\0
---	----

 (a) After `strncpy(temp,s,i)`

$temp$ →

a	u	t	o	\0
---	---	---	---	----

 (b) After `strcat(temp,t)`

$temp$ →

a	u	t	o	m	o	b	i	l	e	\0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

تطابق الگو (Pattern Matching)

فرض کنید که دو رشته `string` و `pat` داریم، به نحوی `pat` یک الگو یا `pattern` بوده و باید در `string` پیدا شود. ساده ترین راه برای تعیین اینکه آیا `pat` در رشته وجود دارد یا خیر، استفاده از تابع کتابخانه ای `strstr` می باشد.

با وجود اینکه `strstr` برای تطابق عبارت مناسب به نظر می رسد ، دو دلیل عمده برای نوشتن تابع تطابق الگو وجود دارد :

- تابع `strstr` برای *ANSI C* جدید بوده و ممکن است که در کامپایلر موجود نباشد.
- چندین روش برای پیاده سازی تابع تطابق الگو وجود دارد.

تطابق الگو (Pattern Matching)

غیر موثرترین روش، تست متوالی هر کاراکتر رشته تا زمان پیدا شدن الگو و یا رسیدن به انتهای رشته، می باشد. اگر `substr` در `str` نباشد، این روش دارای زمان محاسباتی $\theta(n \times m)$ خواهد بود که در آن `n` طول `substr` و `m` طول `str` می باشد.

تطابق النّموذج (Pattern Matching)

```
for(i=0;str[i]!='\0';i++)
{
    j=0;
    if(str[i]==substr[j])
    {
        temp=i+1;
        while(str[i]==substr[j])
        {
            i++;
            j++;
        }
        if(substr[j]=='\0')
        {
            cout<<"The substring is at "<<temp<<"\n";
            break;
        }
        else
        {
            i=temp;
            temp=0;
        }
    }
}
```

تمرین

برنامه ای برای جستجو در رشته با مرتبه اجرایی $\theta(n+m)$ بنویسید.

(زمان تحویل هفته آینده)